

2021 年成人高等学校招生全国统一考试高起点 数学(文史财经类)

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分. 满分 150 分. 考试时间 120 分钟.

题 号	一	二	三	总 分	统分人签字
分 数					

第 I 卷(选择题, 共 85 分)

得 分	评卷人

一、选择题(本大题共 17 小题, 每小题 5 分, 共 85 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

- 若集合 $A = \{x | -1 \leq x < 5\}$, $B = \{x | -2 < x < 2\}$, 则 $A \cap B =$ 【 】
 A. $\{x | -1 \leq x < 2\}$
 B. $\{x | -2 < x < 2\}$
 C. $\{x | -2 < x < 5\}$
 D. $\{x | -1 \leq x < 5\}$
- 已知 $\sin \alpha < 0$ 且 $\tan \alpha < 0$, 则 α 是 【 】
 A. 第一象限角
 B. 第二象限角
 C. 第三象限角
 D. 第四象限角
- 下列函数中, 既是偶函数又是周期函数的为 【 】
 A. $y = \sin 2x$
 B. $y = x^2$
 C. $y = \tan x$
 D. $y = \cos 3x$
- $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} + \log_2 \frac{1}{8} + \left(\frac{3}{4}\right)^0 =$ 【 】
 A. 31
 B. 25
 C. 24
 D. 13
- 函数 $y = 5\cos^2 x - 3\sin^2 x$ 的最小正周期为 【 】
 A. 4π
 B. 2π
 C. π
 D. $\frac{\pi}{2}$
- 设甲: 函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图像经过点 $(1, 3)$;
 乙: $k = 3$,
 则 【 】
 A. 甲是乙的必要条件但不是充分条件
 B. 甲是乙的充分条件但不是必要条件
 C. 甲是乙的充要条件
 D. 甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

7. 下列函数中,在 $(0, +\infty)$ 为增函数的是

【 】

A. $y = x^2 + x$

B. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$

C. $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$

D. $y = \cos x$

8. 不等式 $|x - 1| > 1$ 的解集为

【 】

A. $\{x \mid x > 2\}$

B. $\{x \mid x < 0\}$

C. $\{x \mid 0 < x < 2\}$

D. $\{x \mid x < 0 \text{ 或 } x > 2\}$

9. 从 5 位工人中选 2 人,分别担任保管员和质量监督员,则不同的选法共有

【 】

A. 10 种

B. 20 种

C. 60 种

D. 120 种

10. 若 $a > 0, b > 0$, 则 $\log_2 \sqrt{\frac{a}{b}} =$

【 】

A. $\frac{1}{2} \log_2 a - \frac{1}{2} \log_2 b$

B. $\frac{1}{2} \log_2 a + \frac{1}{2} \log_2 b$

C. $\log_2 a - \frac{1}{2} \log_2 b$

D. $\frac{1}{2} \log_2 a - \log_2 b$

11. 直线 $y = x - 2$ 与两坐标轴分别交于 A, B 两点, O 为坐标原点, 则 $\triangle AOB$ 的面积为

【 】

A. 1

B. 2

C. 4

D. $4\sqrt{2}$

12. 甲、乙各进行一次射击,若甲击中目标的概率是 0.4,乙击中目标的概率是 0.5,且甲、乙是否击中目标相互独立,则甲、乙都击中目标的概率是

【 】

A. 0.9

B. 0.5

C. 0.4

D. 0.2

13. 双曲线 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ 的渐近线方程为

【 】

A. $\frac{x}{4} \pm \frac{y}{9} = 0$

B. $\frac{x}{9} \pm \frac{y}{4} = 0$

C. $\frac{x}{2} \pm \frac{y}{3} = 0$

D. $\frac{x}{3} \pm \frac{y}{2} = 0$

14. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{x-1}$, 则 $f(2)$ 与 $f(-2)$ 的等差中项等于

【 】

A. $\frac{1}{7}$

B. $\frac{1}{6}$

C. $\frac{1}{3}$

D. $\frac{2}{3}$

15. 过抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点作 x 轴的垂线, 交 C 于 A, B 两点, 则 $|AB| =$

【 】

A. 2

B. 4

C. $4\sqrt{2}$

D. 8

16. 若向量 $a = (3, 4)$, 则与 a 方向相同的单位向量为

【 】

A. $(0, 1)$

B. $(1, 0)$

C. $\left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$

D. $\left(\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right)$

17. 已知函数 $f(x) = ax^3$. 若 $f'(3) = 9$, 则 $a =$

A. $\frac{1}{9}$

B. $\frac{1}{3}$

C. 1

D. 3

第 II 卷 (非选择题, 共 65 分)

得 分	评卷人

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

18. 函数 $y = \frac{\sqrt{1+x}}{x}$ 的定义域为 _____.

19. 已知函数 $f(x) = 2x + 1$, 则 $f(2x) =$ _____.

20. 圆 $x^2 + y^2 = 5$ 在点 $(1, 2)$ 处切线的方程为 _____.

21. 若 28, 37, x , 30 四个数的平均数为 35, 则 $x =$ _____.

得 分	评卷人

三、解答题 (本大题共 4 小题, 共 49 分. 解答应写出推理、演算步骤)

22. (本小题满分 12 分)

已知 A, B 为 $\odot O$ 上的两点, 且 $AB = 3\sqrt{3}$, $\angle ABO = 30^\circ$. 求 $\odot O$ 的半径.

23. (本小题满分 12 分)

已知 $\{a_n\}$ 是公差为 0 的等差数列, 且 a_2, a_6, a_{12} 成等比数列, $a_2 + a_6 + a_{12} = 76$. 求 $\{a_n\}$ 的通项公式.

24. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 2$.

(I) 求 $f'(x)$;

(II) 求 $f(x)$ 在区间 $[-2, 2]$ 的最大值与最小值.

25. (本小题满分 13 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, $M(0, -1)$ 和 $N(\sqrt{3}, \frac{1}{2})$ 为 C 上两点.

(I) 求 C 的标准方程;

(II) 求 C 的左焦点到直线 MN 的距离.

参考答案及解析

一、选择题

1.【答案】A

【考点点拨】 本题主要考查的知识点为集合的运算.

【应试指导】 $A \cap B = \{x \mid -1 \leq x < 2\}$.

2.【答案】D

【考点点拨】 本题主要考查的知识点为三角函数的性质.

【应试指导】 正弦函数值在第三、四象限小于0,正切函数值在第二、四象限小于0,故题中所求角在第四象限.

3.【答案】D

【考点点拨】 本题主要考查的知识点为函数的周期性和奇偶性.

【应试指导】 选项A、C是奇函数,选项B是偶函数,但不是周期函数,只有选项D既是偶函数又是周期函数.

4.【答案】B

【考点点拨】 本题主要考查的知识点为对数函数和指数函数的计算.

【应试指导】 $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} + \log_2 \frac{1}{8} + \left(\frac{3}{4}\right)^0 = 27 - 3 + 1 = 25$.

5.【答案】C

【考点点拨】 本题主要考查的知识点为函数的最小正周期.

【应试指导】 整理得 $y = 3(\cos^2 x - \sin^2 x) + 2 \cos^2 x = 3 \cos 2x + \cos 2x + 1 = 4 \cos 2x + 1$,故函数的最小正周期

为 $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$.

6.【答案】C

【考点点拨】 本题主要考查的知识点为简易逻辑.

【应试指导】 由题可知 $\text{甲} \Rightarrow \text{乙}$,并且 $\text{乙} \Rightarrow \text{甲}$,故甲是乙的充要条件.

7.【答案】A

【考点点拨】 本题主要考查的知识点为函数的单调性.

【应试指导】A项中, $y = x^2 + x = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$, 故函数在 $\left(-\frac{1}{2}, +\infty\right)$ 上是增函数, 故函数在 $(0, +\infty)$ 上也是增函数.

8.【答案】D

【考点点拨】本题主要考查的知识点为绝对值不等式.

【应试指导】 $|x-1| > 1 \Rightarrow x-1 > 1$ 或 $x-1 < -1$, 即 $x > 2$ 或 $x < 0$, 故不等式的解集为 $\{x \mid x < 0 \text{ 或 } x > 2\}$.

9.【答案】B

【考点点拨】本题主要考查的知识点为排列组合.

【应试指导】从5位工人中选出2人分别担任保管员和质量监督员的选法共有 $A_5^2 = 5 \times 4 = 20$ 种.

10.【答案】A

【考点点拨】本题主要考查的知识点为对数函数的性质.

【应试指导】 $\log_2 \sqrt{\frac{a}{b}} = \log_2 (a \cdot b^{-1})^{\frac{1}{2}} = \log_2 (a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{-\frac{1}{2}}) = \log_2 a^{\frac{1}{2}} + \log_2 b^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_2 a - \frac{1}{2} \log_2 b$.

11.【答案】B

【考点点拨】本题主要考查的知识点为解三角形.

【应试指导】易知A、B两点的坐标分别为 $A(2, 0)$, $B(0, -2)$, 故 $S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$.

12.【答案】D

【考点点拨】本题主要考查的知识点为独立事件同时发生的概率.

【应试指导】甲、乙都击中目标的概率为 $0.4 \times 0.5 = 0.2$.

13.【答案】C

【考点点拨】本题主要考查的知识点为双曲线的渐近线.

【应试指导】令 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 0$, 得 $\frac{x}{2} \pm \frac{y}{3} = 0$, 即双曲线的渐近线为 $\frac{x}{2} \pm \frac{y}{3} = 0$.

14.【答案】C

【考点点拨】本题主要考查的知识点为等差数列的性质.

【应试指导】 $f(2) = \frac{1}{2-1} = 1$, $f(-2) = \frac{1}{-2-1} = -\frac{1}{3}$, 故 $f(2)$ 与 $f(-2)$ 的等差中项为 $\frac{1}{2}[f(2) + f(-2)] =$

$\frac{1}{2}\left[1 - \frac{1}{3}\right] = \frac{1}{3}$.

15.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为抛物线的性质.

【应试指导】 抛物线的焦点坐标为 $(1,0)$,准线方程为 $x=-1$,则 A,B 两点的距离为 A 点和 B 点到准线的距离之和,即 $|AB|=2+2=4$.

16.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为单位向量的求法.

【应试指导】 与向量 a 方向相同的单位向量为 $\frac{a}{|a|} = \frac{(3,4)}{\sqrt{3^2+4^2}} = (\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$.

17.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的导数的求法.

【应试指导】 $f'(x) = 3ax^2$,故 $f'(3) = 3a \times 3^2 = 27a = 9$,因此 $a = \frac{1}{3}$.

二、填空题

18.【答案】 $\{x | x \geq -1 \text{ 且 } x \neq 0\}$

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的定义域.

【应试指导】 若使函数有意义,则有 $x \neq 0, 1+x \geq 0$,故其定义域为 $\{x | x \geq -1 \text{ 且 } x \neq 0\}$.

19.【答案】 $4x+1$

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为复合函数的求法.

【应试指导】 $f(2x) = 2 \times 2x + 1 = 4x + 1$.

20.【答案】 $x+2y-5=0$

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为圆的切线.

【应试指导】 由题可知切点到圆心所在直线的斜率为 $\frac{2}{1} = 2$,故切线的斜率为 $-\frac{1}{2}$,因此所求切线的方程为

$y-2 = -\frac{1}{2}(x-1)$,即 $x+2y-5=0$.

21.【答案】 45

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为平均数.

【应试指导】 由题可知 $\frac{28+37+x+30}{4} = 35$,解得 $x = 45$.

三、解答题

22. 设 $\odot O$ 的半径为 r , 则 $OA = OB = r$.

在 $\triangle AOB$ 中, $\angle OAB = \angle ABO = 30^\circ$, 所以 $\angle AOB = 120^\circ$.

由余弦定理得 $r^2 + r^2 - 2r^2 \cos 120^\circ = (3\sqrt{3})^2$, 解得 $r = 3$.

所以 $\odot O$ 的半径为 3.

23. 设 $\{a_n\}$ 的公差为 d , 则 $d \neq 0$, 且

$$a_2 = a_1 + d, a_6 = a_1 + 5d, a_{12} = a_1 + 11d,$$

$$\text{由题意得} \begin{cases} (a_1 + d) + (a_1 + 5d) + (a_1 + 11d) = 76, \\ (a_1 + 5d)^2 = (a_1 + d)(a_1 + 11d), \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} a_1 = 14, \\ d = 2. \end{cases}$$

所以 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = 14 + 2(n-1) = 2n + 12$.

24. (I) $f'(x) = 6x^2 - 6x$.

(II) 令 $f'(x) = 0$, 解得 $x = 0$ 或 $x = 1$.

因为 $f(-2) = -26$, $f(0) = 2$, $f(1) = 1$, $f(2) = 6$,

所以 $f(x)$ 在区间 $[-2, 2]$ 的最大值为 6, 最小值为 -26.

25. (I) 将点 M 和 N 的坐标代入 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 得

$$\begin{cases} \frac{1}{b^2} = 1, \\ \frac{3}{a^2} + \frac{1}{4b^2} = 1, \end{cases} \quad \text{解得} \begin{cases} a^2 = 4, \\ b^2 = 1, \end{cases}$$

因此 C 的标准方程为 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$.

(II) C 的左焦点为 $(-\sqrt{3}, 0)$,

直线 MN 的方程为 $\sqrt{3}x - 2y - 2 = 0$,

所以 C 的左焦点到直线 MN 的距离

$$d = \frac{|\sqrt{3} \times (-\sqrt{3}) - 2|}{\sqrt{7}} = \frac{5\sqrt{7}}{7}.$$