绝密★启用前

2021 年成人高等学校招生全国统一考试高起点

数学(理工农医类)

本试卷分第 Ⅰ 卷(选择题)和第 Ⅱ 卷(非选择题)两部分.满分 150 分.考试时间 120 分钟.

题　号	一	二	三	总　分	统分人签字
分　数					

第 Ⅰ 卷(选择题,共 85 分)

得　分	评卷人

一、选择题(本大题共 17 小题,每小题 5 分,共 85 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 若集合 $A=\{x\mid -1\leqslant x<5\}$,$B=\{x\mid -2<x<2\}$,则 $A\cap B=$　　【　　】

A. $\{x\mid -1\leqslant x<2\}$　　B. $\{x\mid -2<x<2\}$

C. $\{x\mid -2<x<5\}$　　D. $\{x\mid -1\leqslant x<5\}$

2. 已知 $\sin\alpha<0$ 且 $\tan\alpha<0$,则 α 是　　【　　】

A. 第一象限角　　B. 第二象限角

C. 第三象限角　　D. 第四象限角

3. 下列函数中,既是偶函数又是周期函数的为　　【　　】

A. $y=\sin 2x$　　B. $y=x^2$

C. $y=\tan x$　　D. $y=\cos 3x$

4. 函数 $y=1+\log_2 x(x>0)$ 的反函数为　　【　　】

A. $y=2^{1-x}(x\in\mathbf{R})$　　B. $y=2^{x-1}(x\in\mathbf{R})$

C. $y=-1+\log_{\frac{1}{2}}x(x>0)$　　D. $y=\log_2\dfrac{x}{2}(x>0)$

5. 函数 $y=5\cos^2 x-3\sin^2 x$ 的最小正周期为　　【　　】

A. 4π　　B. 2π

C. π　　D. $\dfrac{\pi}{2}$

6. 已知平面 α,两条直线 l_1,l_2.

设甲:$l_1\perp\alpha$ 且 $l_2\perp\alpha$;

乙:$l_1\parallel l_2$,

则　　【　　】

A. 甲是乙的必要条件但不是充分条件　　B. 甲是乙的充分条件但不是必要条件

C. 甲是乙的充要条件　　D. 甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

7. 下列函数中，在$(0,+\infty)$为增函数的是 【　　】

A. $y=x^2+x$　　B. $y=\log_{\frac{1}{2}}x$

C. $y=\left(\frac{1}{4}\right)^x$　　D. $y=\cos x$

8. 不等式$|x-1|>1$的解集为 【　　】

A. $\{x \mid x>2\}$　　B. $\{x \mid x<0\}$

C. $\{x \mid 0<x<2\}$　　D. $\{x \mid x<0$ 或 $x>2\}$

9. 已知向量$\boldsymbol{a}=(6,0,-3)$，$\boldsymbol{b}=(-2,9,x)$，且$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，则$x=$ 【　　】

A. -4　　B. -1

C. 1　　D. 4

10. 已知函数$f(x)=2x+1$，则$f(2x)=$ 【　　】

A. $4x^2+1$　　B. $4x+1$

C. $x+1$　　D. $2x+2$

11. $(1+\mathrm{i})(1-\mathrm{i})=$ 【　　】

A. 2　　B. 1

C. 0　　D. -1

12. 甲、乙各进行一次射击，若甲击中目标的概率是0.4，乙击中目标的概率是0.5，且甲、乙是否击中目标相互独立，则甲、乙都击中目标的概率是 【　　】

A. 0.9　　B. 0.5

C. 0.4　　D. 0.2

13. 双曲线$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{9}=1$的渐近线方程为 【　　】

A. $\frac{x}{4}\pm\frac{y}{9}=0$　　B. $\frac{x}{9}\pm\frac{y}{4}=0$

C. $\frac{x}{2}\pm\frac{y}{3}=0$　　D. $\frac{x}{3}\pm\frac{y}{2}=0$

14. 等差数列$\{a_n\}$中，已知$a_3+a_5=2$，则$a_1+a_2+a_6+a_7=$ 【　　】

A. 1　　B. 2

C. 4　　D. 8

15. 过抛物线$C:y^2=4x$的焦点作x轴的垂线，交C于A,B两点，则$|AB|=$ 【　　】

A. 2　　B. 4

C. $4\sqrt{2}$　　D. 8

16. 若向量$\boldsymbol{a}=(3,4)$，则与$\boldsymbol{a}$方向相同的单位向量为 【　　】

A. $(0,1)$　　B. $(1,0)$

C. $\left(\frac{3}{5},\frac{4}{5}\right)$　　D. $\left(\frac{4}{5},\frac{3}{5}\right)$

17. 由0，1，2，3四个数字，组成没有重复数字的三位数，共有 【　　】

A. 18个　　B. 24个

C. 48个　　D. 64个

第 Ⅱ 卷（非选择题，共 65 分）

得　分	评卷人

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分）

18. 圆 $x^2+y^2=5$ 在点(1,2)处的切线的方程为__________.

19. 已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和 $S_n=2n+1$，则 $a_2=$ __________.

20. 设球的表面积为 4π，则该球的体积为__________.

21. 从某大学篮球队历次比赛得分中，抽取了 8 场比赛的得分作为样本，数据如下：

88，74，73，87，70，72，86，90，

则该样本的方差为__________.

得　分	评卷人

三、解答题（本大题共 4 小题，共 49 分. 解答应写出推理、演算步骤）

22.（本小题满分 12 分）

已知 A,B 为 $\odot O$ 上的两点，且 $AB=3\sqrt{3}$，$\angle ABO=30°$. 求 $\odot O$ 的半径.

23.（本小题满分 12 分）

等比数列$\{a_n\}$中，已知 $a_2+a_4=-10$. 公比 $q=-\dfrac{1}{3}$.

（Ⅰ）求$\{a_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）求$\{a_n\}$的前 4 项和.

24.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=2x^3-3x^2+2$.

(Ⅰ)求 $f'(x)$;

(Ⅱ)求 $f(x)$ 在区间$[-2,2]$的最大值与最小值.

25.(本小题满分 13 分)

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$,$M(0,-1)$ 和 $N\left(\sqrt{3},\frac{1}{2}\right)$为 C 上两点.

(Ⅰ)求 C 的标准方程;

(Ⅱ)设 P 为 C 的左顶点,求 $\triangle PMN$ 的面积.

参考答案及解析

一、选择题

1.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为集合的运算.

【应试指导】 $A \cap B = \{x \mid -1 \leqslant x < 2\}$.

2.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为三角函数的性质.

【应试指导】 正弦函数值在第三、四象限小于0,正切函数值在第二、四象限小于0,故题中所求角在第四象限.

3.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的奇偶性和周期性.

【应试指导】 选项A、C是奇函数,选项B是偶函数,但不是周期函数,只有选项D既是偶函数又是周期函数.

4.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的反函数.

【应试指导】 已知 $y = 1 + \log_2 x$,则有$\log_2 x = y - 1$,化简得 $x = 2^{y-1}$,故原函数的反函数为 $y = 2^{x-1}(x \in \mathbf{R})$.

5.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为三角函数的周期.

【应试指导】 整理得 $y = 3(\cos^2 x - \sin^2 x) + 2\cos^2 x = 3\cos 2x + \cos 2x + 1 = 4\cos 2x + 1$,故函数的最小正周期为 $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$.

6.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为简易逻辑.

【应试指导】 如果两直线垂直于同一平面,则两直线平行;但是如果两直线平行,这两条直线不一定垂直于同一平面,也可能两直线是在平面内,故甲是乙的充分条件但不是必要条件.

7.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的单调性.

【应试指导】 A项中，$y=x^2+x=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}$，故函数在$\left(-\frac{1}{2},+\infty\right)$上是增函数，因此函数在$(0,+\infty)$上也是增函数.

8.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为绝对值不等式.

【应试指导】 $|x-1|>1 \Rightarrow x-1>1$或$x-1<-1$，即$x>2$或$x<0$，故不等式的解集为$\{x \mid x<0$或$x>2\}$.

9.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为垂直向量的性质.

【应试指导】 由于$\boldsymbol{a} \perp \boldsymbol{b}$，故有$\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b}=6\times(-2)+0\times 9+(-3)x=-3x-12=0$，解得$x=-4$.

10.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为复合函数的计算.

【应试指导】 $f(2x)=2(2x)+1=4x+1$.

11.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为复数的计算.

【应试指导】 $(1+\mathrm{i})(1-\mathrm{i})=1-\mathrm{i}^2=1+1=2$.

12.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为独立事件概率的性质.

【应试指导】 甲、乙都击中目标的概率为$0.4\times 0.5=0.2$.

13.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为双曲线的渐近线.

【应试指导】 令$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{9}=0$，得$\frac{x}{2}\pm\frac{y}{3}=0$，即双曲线的渐近线为$\frac{x}{2}\pm\frac{y}{3}=0$.

14.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为等差数列的性质.

【应试指导】 由等差数列的性质可得$a_1+a_2+a_6+a_7=a_3+a_5+a_3+a_5=2+2=4$.

15.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为抛物线的性质.

【应试指导】 抛物线的焦点坐标为(1,0),准线方程为 $x=-1$,则 A、B 两点的距离为 A 点和 B 点到准线的距离之和,即 $|AB|=2+2=4$.

16.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为单位向量的求法.

【应试指导】 与向量 $\boldsymbol{a}$ 方向相同的单位向量为 $\frac{\boldsymbol{a}}{|\boldsymbol{a}|}=\frac{(3,4)}{\sqrt{3^2+4^2}}=\left(\frac{3}{5},\frac{4}{5}\right)$.

17.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为排列组合.

【应试指导】 组成的没有重复数字的三位数有 $C_3^1 \cdot P_3^2=3\times3\times2=18$ 个.

二、填空题

18.【答案】 $x+2y-5=0$

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为圆的切线的求法.

【应试指导】 由题可知切点到圆心所在直线的斜率为 $\frac{2}{1}=2$,故切线的斜率为 $-\frac{1}{2}$,因此所求切线的方程为 $y-2=-\frac{1}{2}(x-1)$,即 $x+2y-5=0$.

19.【答案】 2

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为数列的性质.

【应试指导】 $a_1=S_1=2+1=3$,故 $a_2=S_2-S_1=2\times2+1-3=2$.

20.【答案】 $\frac{4\pi}{3}$

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为球的体积公式.

【应试指导】 球的表面积为 $4\pi R^2=4\pi$,故球的半径为 $R=1$,因此球的体积为 $\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4\pi}{3}$.

21.【答案】 62.25

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为样本方差.

【应试指导】 可求得样本平均数为 $\frac{88+74+73+87+70+72+86+90}{8}=80$,因此样本方差为 $\frac{1}{8}[(88-80)^2+(74-80)^2+(73-80)^2+(87-80)^2+(70-80)^2+(72-80)^2+(86-80)^2+(90-80)^2]=62.25$.

三、解答题

22. 设 $\odot O$ 的半径为 r，则 $OA=OB=r$.

在 $\triangle AOB$ 中，$\angle OAB=\angle ABO=30^\circ$，所以 $\angle AOB=120^\circ$.

由余弦定理得 $r^2+r^2-2r^2\cos120^\circ=(3\sqrt{3})^2$，解得 $r=3$.

所以 $\odot O$ 的半径为 3.

23.（Ⅰ）由已知得 $a_1q+a_1q^3=-10$，

又 $q=-\frac{1}{3}$，所以 $a_1\left(-\frac{1}{3}-\frac{1}{27}\right)=-10$，解得 $a_1=27$，

所以 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=27\times\left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}$.

（Ⅱ）$a_1+a_3=\frac{1}{q}(a_2+a_4)$，又 $a_2+a_4=-10$，故 $a_1+a_2+a_3+a_4=20$.

所以 $\{a_n\}$ 的前 4 项和为 20.

24.（Ⅰ）$f'(x)=6x^2-6x$.

（Ⅱ）令 $f'(x)=0$，解得 $x=0$ 或 $x=1$.

因为 $f(-2)=-26$，$f(0)=2$，$f(1)=1$，$f(2)=6$，

所以 $f(x)$ 在区间 $[-2,2]$ 的最大值为 6，最小值为 -26.

25.（Ⅰ）将点 M 和 N 的坐标代入 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 得

$$\begin{cases}\frac{1}{b^2}=1,\\ \frac{3}{a^2}+\frac{1}{4b^2}=1,\end{cases}\text{解得}\begin{cases}a^2=4,\\ b^2=1.\end{cases}$$

因此 C 的标准方程为 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$.

（Ⅱ）由（Ⅰ）得 $P(-2,0)$，故 $|PM|=\sqrt{5}$，直线 PM 的方程为

$x+2y+2=0$，

因此点 N 到直线 PM 的距离

$$d=\frac{\left|\sqrt{3}+2\times\frac{1}{2}+2\right|}{\sqrt{5}}=\frac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{5}},$$

所以 $\triangle PMN$ 的面积 $S=\frac{1}{2}\times\sqrt{5}\times\frac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\frac{3+\sqrt{3}}{2}$.